2015年度 第1回 全統マーク模試

数学Ⅰ・数学A

<table>
<tr><th>問　題</th><th>選　択　方　法</th></tr>
<tr><td>第1問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第2問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第3問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第4問</td><td rowspan="3">いずれか2問を選択し，解答しなさい。</td></tr>
<tr><td>第5問</td></tr>
<tr><td>第6問</td></tr>
</table>

（注）　選択問題は，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，指定された問題数をこえて解答してはいけません。

第1問 (必答問題) (配点　20)

a を実数とし，O を原点とする座標平面上で，x の2次関数

$$y = x^2 - 4ax + 6a^2 - 4a + 3 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。G の頂点を P とすると

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a + \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

(1)　P の y 座標を Y とすると，Y は $a = \boxed{\text{オ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

(数学Ⅰ・数学A 第1問 は次ページに続く。)

(2) 点Aを(3, 0)とする。△OAPの面積をSとすると

$$S = \boxed{キ}a^2 - \boxed{ク}a + \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$$

である。

$0 \leqq a \leqq 3$ において，Sは $a = \boxed{サ}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ をとり，$a = \boxed{セ}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ をとる。

$a = \boxed{サ}$ のときの①のグラフをx軸方向に$\boxed{ツ}$，y軸方向に$\boxed{テ}$だけ平行移動すると，$a = \boxed{セ}$ のときの①のグラフに一致する。

第2問 (必答問題) (配点 25)

〔1〕 2次方程式 $x^2+x-1=0$ の解のうち小さい方を α とすると

$$\alpha=\frac{\boxed{アイ}-\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$$

である。

(1) $\dfrac{1}{\alpha}-\alpha=\boxed{オ}$, $\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}=\boxed{カ}$ である。

(2) 集合 A, B を次のように定める。

$$A=\left\{\alpha,\ \frac{1}{\alpha}-\alpha,\ \alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}\right\}$$

$$B=\{x\,|\,x \text{ は } x^2-x-6\leqq 0 \text{ を満たす実数}\}$$

次の $\boxed{キ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

$x\in A$ であることは $x\in B$ であるための $\boxed{キ}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(数学Ⅰ・数学A 第2問 は次ページに続く。)

〔2〕 △ABC において，AB = 6，AC = 5，$\cos\angle BAC = -\dfrac{1}{3}$ とする。

このとき，BC = $\boxed{\text{ク}}$，$\sin\angle BAC = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり，△ABC の外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。また，△ABC の面積は $\boxed{\text{タチ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

点 D を円 O の点 A を含まない弧 BC 上に，線分 AD と BC が直交するようにとる。このとき，線分 AD と BC の交点を E とすると

$$AE = \frac{\boxed{\text{テト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

であり

$$CD = \frac{\boxed{\text{ヌネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

第3問 (必答問題) (配点 15)

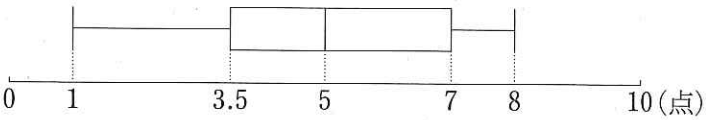
次の表はあるクラスの生徒12人に対して行われた数学Xと数学Yのテスト(各10点満点)の得点の結果をまとめたものである。ただし，テストの得点は整数値をとるものとする。

番号	数学X	数学Y
生徒 1	4	8
生徒 2	6	8
生徒 3	1	3
生徒 4	8	9
生徒 5	3	5
生徒 6	9	10
生徒 7	A	B
生徒 8	2	4
生徒 9	7	B
生徒10	4	6
生徒11	7	8
生徒12	4	9

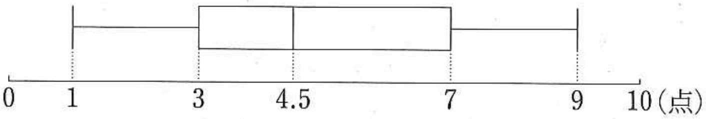
(数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。)

(1) 下の $\boxed{\text{イ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つ選べ。ただし，12 人の数学 X の得点のデータについて，⓪～③の中に正しい箱ひげ図が一つ含まれているとする。

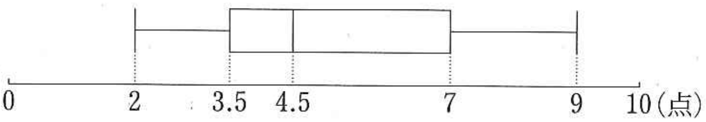
⓪



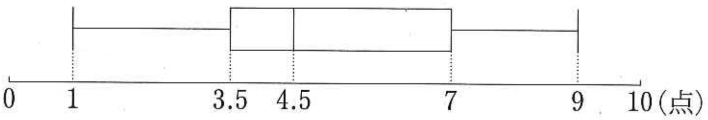
①



②



③



このとき，生徒 7 の数学 X の得点 A の値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，数学 X の得点のデータの箱ひげ図として正しいものは $\boxed{\text{イ}}$ である。

以下，A の値は $\boxed{\text{ア}}$ とする。

(2) 下の $\boxed{\text{エ}}$ には，次の⓪～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

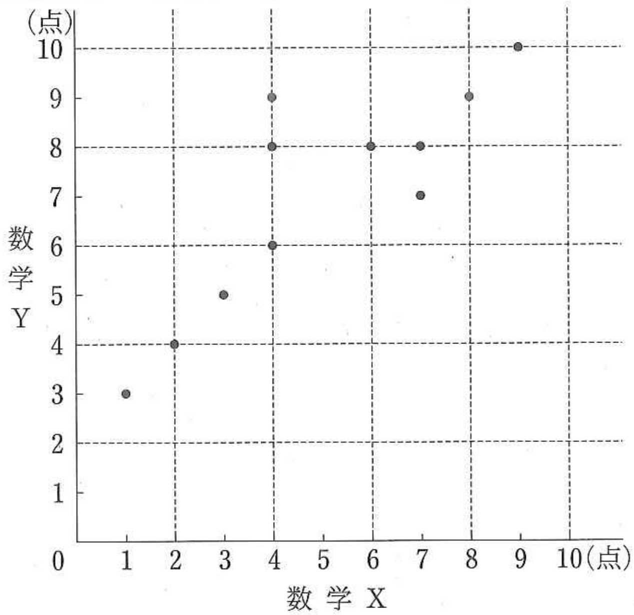
⓪ 1.37　　① 2.35　　② 2.75　　③ 5.50　　④ 11.00

12 人の数学 X の得点の平均値は $\boxed{\text{ウ}}$ 点であり，標準偏差に最も近い値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。)

(3)　次の散布図は数学Xの得点のデータを横軸に，数学Yの得点のデータを縦軸にとったものであるが，11人のデータとなっている。

散布図にない残り1人の生徒の得点は，数学Xについては $\boxed{\text{オ}}$ 点であり，数学Yについては $\boxed{\text{カ}}$ 点である。



(数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。)

以下，12 人全員のデータについて考える。

下の $\boxed{\text{ク}}$ には，次の⓪～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ 0.63　① 0.73　② 0.83　③ 0.93　④ 1.03

数学 X の得点のデータと数学 Y の得点のデータの共分散は $\boxed{\text{キ}}$ であり，数学 Y の得点のデータの標準偏差は 2.04 である（共分散とは数学 X の得点のデータの偏差と数学 Y の得点のデータの偏差の積の平均である）。

数学 X の得点のデータと数学 Y の得点のデータの相関係数に最も近い値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

第4問（選択問題）（配点　20）

(1)　2枚の硬貨を同時に投げたとき，2枚とも裏が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，少なくとも1枚表が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　A，Bの2人がゲームを行う。

三つのマス |　|　|　| がある。また，Aの持ち駒をⓐ，Bの持ち駒をⓑと表す。

次の操作をまとめて1回のプレイとよぶことにする。

ⓐ		ⓑ

上図のようにAはⓐを左端のマス目に置き，Bはⓑを右端のマス目に置く。そして，2枚の硬貨を同時に投げることを2回行い，投げるたびに次のように駒を動かし，点数を得る。

・少なくとも1枚表が出たとき，Aはⓐをいまあるマスの左隣か右隣の空いたマスに移動させる。移動させるマスがない場合はAの負けとなり，Bは1点を得る。

・表が全く出なかったとき，Bはⓑをいまあるマスの左隣か右隣の空いたマスに移動させる。移動させるマスがない場合はBの負けとなり，Aは1点を得る。

最初，A，Bの持ち点はそれぞれ0点であるとし，持ち点は加算されていく。

（数学Ⅰ・数学A 第4問 は次ページに続く。）

(i) 2枚の硬貨を同時に投げたとき，少なくとも1枚表が出る事象をE，表が全く出ない事象をFとする。

1回のプレイを行ったとき，Aが1点を得るのは，1回目にEが起こり，2回目にFが起こるときであるから，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。同様に考えると，Bが1点を得る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ であり，さらにA，Bがともに点を得られない確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(ii) 2回のプレイを行った後，A，Bの持ち点がともに1点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。

(iii) 3回のプレイを行った後，Aの持ち点が2点，Bの持ち点が1点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{4096}$ であり，A，Bの持ち点がともに1点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニヌネノ}}}$ である。

(iv) 3回のプレイを行った後，Aの持ち点とBの持ち点が等しいという条件の下で，Aの持ち点が1点である条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

(1)　$a=2015$，$b=496$ とする。a を b で割ったときの商を q_1，余りを r_1 とすると

$$q_1=\boxed{\text{ア}},\quad r_1=\boxed{\text{イウ}}$$

である。さらに，b を r_1 で割ったときの商を q_2，余りを r_2 とすると

$$q_2=\boxed{\text{エオ}},\quad r_2=\boxed{\text{カ}}$$

であるから，a と b の最大公約数は $\boxed{\text{キク}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A 第5問 は次ページに続く。）

(2) 2015 で割ると 5 余り，496 で割ると 36 余る自然数 N について考えよう。

N を 2015，496 で割ったときの商をそれぞれ x，y とすると

$$\boxed{\text{ケコ}}\,x - \boxed{\text{サシ}}\,y = 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立ち，① を満たす x，y の組のうち，x の値が一番小さいものは

$$(x,\ y) = \left(\boxed{\text{ス}},\ \boxed{\text{セ}}\right)$$

であり，x の値が小さい方から三番目のものは

$$(x,\ y) = \left(\boxed{\text{ソタ}},\ \boxed{\text{チツテ}}\right)$$

である。

また，不等式 $N < 10^6$ を満たす自然数 N は全部で $\boxed{\text{トナ}}$ 個あり，このうち，21 と互いに素であるものは $\boxed{\text{ニヌ}}$ 個ある。

第6問 （選択問題）（配点　20）

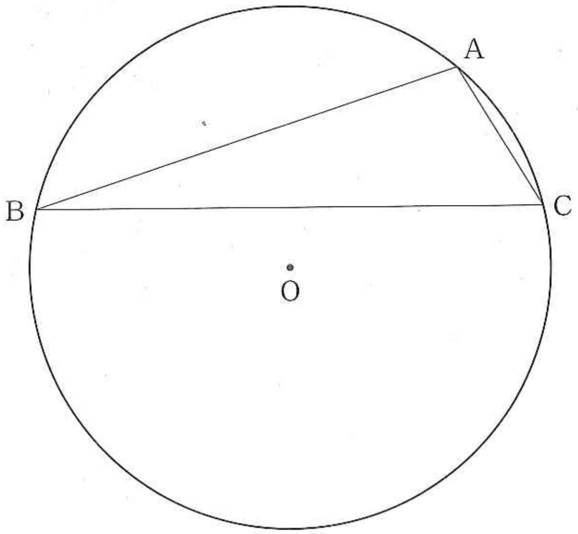
△ABC において AB＝7，BC＝8，CA＝3 とする。

余弦定理を用いると，∠ACB＝$\boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり，辺 CA の中点 M と △ABC の外心 O を通る直線と辺 BC の交点を D とするとき

$$\angle \mathrm{CMD} = \boxed{\text{ウエ}}^\circ, \quad \mathrm{CD} = \boxed{\text{オ}}$$

である。

参考図



（数学Ⅰ・数学A 第6問 は次ページに続く。）

点Aと△ABCの内心を通る直線と辺BCの交点をEとする。このとき，

BE:EC＝$\boxed{\text{カ}}$:$\boxed{\text{キ}}$ であるから，DE＝$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

また，直線AEと直線MDの交点をFとし，△CDMと直線AEにメネラウスの定理を用いると

MF:FD＝$\boxed{\text{コ}}$:1

である。

さらに

$$\mathrm{OD}=\frac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

であるから，△OBDと△CFMの面積比は

$\boxed{\text{セソ}}$:$\boxed{\text{タ}}$

である。