クラス		受験番号	
出席番号		氏　名	

2015年度

第1回 全統記述模試問題

数　学

（Ⅰ型　80分
Ⅱ型　100分
Ⅲ型　120分）

2015年5月実施

試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かず，下記および本冊子裏表紙の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1. 問題冊子は12ページである。
2. 解答用紙は別冊になっている。(解答用紙冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3. 本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば，試験監督者に申し出ること。
4. 下表のような「選択型」が用意されているので，志望する大学・学部・学科の出題範囲・科目に合わせて，選択型と受験科目で指定された問題を選んで解答すること。受験科目に合わない型・問題を選択した場合には，志望校に対する判定が正しく出ないことがあるので注意すること。

選択型	受　験　科　目	問題ページ	解　答　用　紙
Ⅰ	数学Ⅰ	P．2〜4	Ⅰ型1枚
	数学Ⅰ，A		
Ⅱ	数学Ⅰ，A，Ⅱ	P．6〜9	Ⅱ型2枚
	数学Ⅰ，A，Ⅱ，B		
Ⅲ	数学Ⅰ，A，Ⅱ，B，Ⅲ	P．10〜12	Ⅲ型3枚

5. **解答用紙は，選択する型によって異なる。必ず指定された解答用紙に正しく答えよ。誤った番号の箇所に解答している場合は得点としないので注意すること。**
6. 試験開始の合図で解答用紙冊子の数学の解答用紙を切り離し，下部の所定欄に 氏名(フリガナ，漢字)・在·卒高校名・クラス名・出席番号・受験番号（受験票の発行を受けている場合）を記入すること。また，選択問題がある場合は，上部の所定欄に 選択問題 を記入すること。
7. 解答には，必ず黒色鉛筆を使用し，解答用紙の所定欄に記入すること。解答欄外に記入された解答部分は，採点対象外となる。
8. 試験終了の合図で上記6．の事項を再度確認し，試験監督者の指示に従って解答用紙を提出すること。ただし，白紙の解答用紙は提出しないこと。

河合塾

1561210112110010

Ⅲ型

Ⅲ型受験者は次の表に従って解答すること．

受験科目	数学Ⅰ，A，Ⅱ，B，Ⅲ	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ を必答し， $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ より1題選択．

$\boxed{1}$ 【Ⅲ型　必須問題】（配点　40点）

(1) $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，x の不等式 $\left(\tan x - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)(\tan x - \sqrt{3}) < 0$ を解け．

(2) x の方程式 $\log_2(x+1) = \log_4(2-x) + 1$ を解け．

(3) 自然数 n に対して，$n^2 + n^3$ が 3 で割り切れないとき，n を 3 で割った余りを求めよ．

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} < \frac{9}{10}$ を満たす最大の自然数 n の値を求めよ．

(5) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n$ の和を求めよ．

$\boxed{2}$ 【Ⅲ型　必須問題】（配点　40点）

平面上に三角形 OAB があり，辺 OA を 7:2 に内分する点を C，辺 OB を 1:4 に内分する点を D，辺 AB の中点を M とする．さらに，直線 AD と直線 CM の交点を P とする．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ．

(3) $\mathrm{OA} = 2\sqrt{5}$，$\mathrm{OB} = 5$，$\mathrm{AB} = 3$ とする．

(i) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ．

(ii) 三角形 APM の面積を求めよ．

Ⅲ型

3 【Ⅲ型　必須問題】(配点　40点)

赤球2個と白球2個の合計4個の球と袋およびテーブルがあり，はじめは4個の球がすべて袋の中に入っている．以下の「操作」を繰り返す．

「操作」

袋から球を1個取り出し，テーブルの上に置く．その結果，テーブルの上の赤球が2個になったときだけテーブルの上に置いてあるすべての球を袋に戻す．

(1) 「操作」を3回繰り返した時点でテーブルの上に球が置かれていない確率を求めよ．

(2) 「操作」を4回繰り返した時点でテーブルの上に球が置かれていない確率を求めよ．

(3) 「操作」を9回繰り返した時点でテーブルの上に球が置かれていない確率を求めよ．

4 【Ⅲ型　必須問題】(配点　40点)

a は実数の定数とし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ で定義された関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta)=5(4\sin\theta\cos\theta+3\cos^2\theta)+a(\sin\theta+2\cos\theta)+1$$

とする．

(1) $t=\sin\theta+2\cos\theta$ とおく．

　(i) $f(\theta)$ を t を用いて表せ．

　(ii) θ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲を求めよ．

(2) 方程式 $f(\theta)=0$ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲に異なる3つの解をもつとする．

　(i) a のとり得る値の範囲を求めよ．

　(ii) 3つの解の和が π となるような a の値を求めよ．

Ⅲ型

5 【Ⅲ型　選択問題】（配点　40点）

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n=\sqrt{4n-3}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\cdots)$$

により定義する．xy 平面上の曲線 $y=x^2$ 上に点列 $\{\mathrm{P}_n\}$ を $\mathrm{P}_n(a_n,\ {a_n}^2)$ により定める．P_n から x 軸，y 軸に下ろした垂線の足をそれぞれ Q_n，R_n とし，台形 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{Q}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$，台形 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{R}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$ の面積をそれぞれ S_n，T_n とする．

(1)　S_n，T_n をそれぞれ n を用いて表せ．

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{S_n}=\alpha$ とおくとき，α の値を求めよ．

(3)　(2)の α に対して，$n\to\infty$ のとき数列 $\left\{n^p\left(\dfrac{T_n}{S_n}-\alpha\right)\right\}$ が 0 以外の有限な値に収束するような定数 p の値を求めよ．また，そのときの極限値を求めよ．

6 【Ⅲ型　選択問題】（配点　40点）

0 でない複素数 α，β が

$$\frac{\beta}{\alpha}=2(\cos\theta+i\sin\theta)\quad (0\leqq\theta\leqq\pi)$$

を満たすとする．また，複素数平面上で 0，α，β が表す点をそれぞれ O，A，B とする．ただし，i は虚数単位とする．

(1)　$\alpha=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ のとき，α を極形式で表せ．また，β を θ を用いて極形式で表せ．

(2)　O を中心とする半径 1 の円を C とする．A が C 上を動くとき，

(i)　C と線分 AB（両端を含む）がただ 1 つの共有点をもつような θ のとり得る値の範囲を求めよ．

(ii)　θ が(i)の範囲を動き，かつ α，β が（β の虚部）$\geqq$（α の虚部）を満たすとき，線分 AB が通過する領域の面積を求めよ．